

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Интегральные уравнения и вариационное исчисление»**

Направление **03.03.02 ФИЗИКА**

Профили: **«Физика конденсированного состояния»**

Квалификация (степень) выпускника – **бакалавр**

Форма обучения – **очная**

Год начала подготовки – 2026

Утверждена в составе ОПОП

Составитель: доцент кафедры физики конденсированного состояния Малиев И.Н.

Владикавказ 2026

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа).

Форма промежуточной аттестации – зачет

	Очная форма обучения
Курс	2
Семестр	4
Лекции	18
Практические занятия	18
Лабораторные занятия	-
Итого аудиторных занятий	36
Самостоятельная работа	36
Курсовая работа	-
зачет	-
Общее количество часов	72

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Интегральные уравнения и вариационное исчисление" является формирование современных теоретических знаний в области интегральных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов интегральных уравнений, решения вариационных задач. Целями освоения дисциплины являются: -изучение базовых понятий теории интегральных уравнений и вариационного исчисления. -освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины. -приобретения опыта работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП: Базовая часть. Б1.О.16.06

Данная учебная дисциплина включена в раздел Б1.О.16.06Общепрофессиональный" основной образовательной программы 03.03.02 Физика. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина " Интегральные уравнения и вариационное исчисление " относится к разделу "Курсы кафедры" профессионального цикла. Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные обучающимися в бакалавриате в результате освоения дисциплины «математика».

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

1. Общепрофессиональные компетенции (ОПК):

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский и педагогический	
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных	ОПК-1.1: Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов ОПК-1.2: Применяет физические законы и математические

наук в сфере своей профессиональной деятельности;	методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3: Применяет в сфере профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики, естественных и математических наук
ОПК-2 Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;	ОПК-2.1: . Проводит сборку и настройку современного лабораторного оборудования для проведения лабораторных измерений физических параметров ОПК-2.2: Проводит обоснование выбора современных методик и научного оборудования для проведения экспериментальных исследований физических явлений и объектов ОПК-2.3: Применяет современные методы математической и статистической теории для обработки экспериментальных данных и представления полученных результатов экспериментальных исследований в рамках современных теорий конденсированного состояния вещества для получения обоснованных выводов.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка			
		Знать:	Уметь:	Владеть:
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	основные теоремы Фредгольма теории интегральных уравнений, а также других математических дисциплин	-применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью интегральных уравнений.	-методами моделирования практических задач с помощью интегральных уравнений и дифференциальных уравнений, навыками применения качественного анализа решений вариации функционала.
ОПК-2	Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные	основные направления развития теории интегральных уравнений, а также других математических дисциплин.	решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и интегральным уравнениям, уметь исследовать вариацию функционала. находить решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.	:методами исследования и решения основных типов интегральных уравнений. применять известные методы решения задач в качественном анализе интегральных уравнений на практике; использовать приложения для решения разнообразных задач математики.

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей и профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

№	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Литера тура
		л	пр	Содержание	Часы		
1	Интегральные уравнения. Основные типы. Физические задачи приводящие к интегральным уравнениям.	2	1	Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача о колебаниях, задача о рассеянии лучистой энергии, задача Абеля, задача о брахистохроне.	6	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
2	Теоремы типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений.	2	2	Метрические пространства. Нормированные пространства, евклидовы пространства. 2.Линейные операторы.	6	Устный опрос, доклад, конспект,	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
3	Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма.	2	2	Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа. 2.Метод Винера-Хопфа.	6	Устный опрос, доклад, конспект, коллоквиум	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
4	Теоремы Фредгольма. Первая , вторая и третья теоремы Фредгольма.	1	2	Принцип сжимающих отображений. Теорема о неподвижной точке.	6	Устный опрос, конспект, доклад,	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
5	Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов.	2	2	Метод Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма 1 рода.	6	Устный опрос, конспект, доклад, коллоквиум	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
6	Интегральные уравнения с симметрическими операторами.	2	2	Задача Штурма -Лиувилля . 2.Функция Грина и ее построение..	6	Устный опрос, конспект, доклад,	[1], [2], [3], [4], [5], [6]

7	Понятие функционала. Простейшие задачи связанные с функционалами.	2	2	Достаточные условия экстремума.	6	Устный опрос, конспект, доклад,	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
8	Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.	2	2	Изопериметрическая задача.	6	Устный опрос, конспект, доклад, презентация	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
9	Уравнение Эйлера - Лагранжа. Частные случаи.	2	2	Классические задачи вариационного исчисления.	6	Устный опрос, конспект, доклад, коллоквиум	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
	ИТОГО	18	18		36		

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием Webex, платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

Образовательные технологии

Лекции, лекции-беседы, практические занятия, самостоятельная работа студентов (доклады, презентации).

Для достижения планируемых результатов обучения, в дисциплине «Безопасность жизнедеятельности» используются различные образовательные технологии:

1. *Информационно-развивающие технологии*, направленные на овладение большим запасом знаний, запоминание и свободное оперирование ими.

Используется лекционно-семинарский метод, самостоятельное изучение литературы, применение новых информационных технологий для самостоятельного пополнения знаний, включая использование технических и электронных средств информации.

2. *Деятельностные практико-ориентированные технологии*, направленные на формирование системы профессиональных практических умений при подготовке к практическим занятиям, обеспечивающим возможность качественно выполнять профессиональную деятельность.

Используется анализ, сравнение методов исследований, выбор метода, в зависимости от объекта исследования в конкретной производственной ситуации и его практическая реализация.

3. *Развивающие проблемно-ориентированные технологии*, направленные на формирование и развитие проблемного мышления, мыслительной активности, способности проблемно мыслить, видеть и формулировать проблемы, выбирать способы и средства для их решения.

Используются виды проблемного обучения: освещение основных проблем безопасности жизнедеятельности на лекциях, учебные дискуссии, коллективная мыслительная деятельность в группах при выполнении поисковых работ, решение задач повышенной сложности. При этом используются первые три уровня (из четырех) сложности и самостоятельности: проблемное изложение учебного материала преподавателем; создание преподавателем проблемных ситуаций, а обучаемые вместе с ним включаются в их разрешение; преподаватель лишь создает проблемную ситуацию, а разрешают её обучаемые в ходе самостоятельной деятельности.

4. *Личностно-ориентированные технологии обучения*, обеспечивающие в ходе учебного процесса учет различных способностей обучаемых, создание необходимых условий для развития их индивидуальных способностей, развитие активности личности в учебном процессе. Личностно-ориентированные технологии обучения реализуются в результате индивидуального общения преподавателя и студента при выполнении домашних индивидуальных заданий, решении олимпиадных задач, на еженедельных консультациях.

Инновационные способы и методы, используемые в образовательном процессе, основаны на использовании современных достижений науки и информационных технологий. Направлены на повышение качества подготовки путем развития у студентов творческих способностей и самостоятельности (методы проблемного обучения, исследовательские методы, тренинговые формы, рейтинговые системы обучения и контроля знаний и др.). Нацелены на активизацию творческого потенциала и самостоятельности студентов и могут реализовываться на базе инновационных структур (научных лабораторий, центров, предприятий и организаций и др.).

В процессе обучения используются интерактивные методы обучения: творческие задания, разработка проектов, работа в малых группах, исследовательский метод обучения, деловые и ролевые игры, круглые столы, диспуты, семинары.

Традиционные лекции и лабораторные занятия проводятся в форме с использованием современных интерактивных технологий.

Лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент

должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется на протяжении изучения всей дисциплины в соответствии с утвержденной в учебном плане трудоемкостью (для очной формы обучения 18 часов) и состоит из:

- работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературных данных и электронных источников информации по заданной теме;
- оформления лабораторных работ;
- выполнения заданий для самостоятельной работы в ЭИОС СОГУ;
- изучения теоретического материала для подготовки к практическим и лабораторным занятиям;
- решения расчетных задач;
- выполнения химических упражнений по теме занятия;
- работы с тестами и вопросами для самопроверки;
- подготовки к рубежным аттестациям и экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Самостоятельная работа студентов должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (экзамен). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т.д. Для подготовки к занятиям студенты пользуются учебниками и учебными пособиями, указанными в списке рекомендованной литературы, а также интернет-источниками. Все методические материалы представлены в системе дистанционного обучения СОГУ на платформе Moodle (<http://lms.nosu.ru>).

Примеры заданий для самостоятельной работы студентов

1. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача о колебаниях, задача о рассеянии лучистой энергии, задача Абеля,
2. Задача о брахистохроне.
3. Метрические пространства. Нормированные пространства, евклидовы пространства.

4. Линейные операторы.
5. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа.
6. Метод Винера-Хопфа. Принцип сжимающих отображений. Теорема о неподвижной точке.
7. Метод Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма 1 рода.
8. Задача Штурма -Лиувилля .
9. Функция Грина и ее построение.
10. Достаточные условия экстремума.
11. Изопериметрическая задача.
12. Классические задачи вариационного исчисления.

Критерии формирования оценок при представлении конспектов

1. Конспект соответствует предложенной теме, имеет вступление, основную часть и заключение; в лабораторной работе представлены цель работы, ее ход с описанием экспериментальной работы, сделаны выводы по работе – 2 б.
2. Тема раскрыта полностью, студент продемонстрировал способность анализировать разные представленные результаты теоретических и экспериментальных исследований, правильно выполнены все расчеты и приведены уравнения реакций, дана полная характеристика полученных химических соединений – 2 б.
Максимальное количество баллов – 4.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов и эссе, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на семинарских и практических занятиях, а также короткие (до 15 мин.) задания, выполняемые студентами в начале лекции с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или в конце лекции для выяснения степени усвоения изложенного материала.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится два таких контрольных мероприятия по графику.

Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

- 1) **Типовые задания для практических (семинарских) занятий**

1. Дайте определение банахового пространства .
2. Приведите пример физических задач, приводящих к интегральному уравнению .
3. Что такое функционал?
4. Частный случай уравнения Эйлера.
5. Приведите пример уравнения Фредгольма
6. Основные понятия уравнения типа Нетера.
7. Приведите пример простейших задач связанных с функционалами.
8. В чем заключается метод вариации с неподвижным концом.
9. Основные понятия метода регуляции.
10. Приведите пример уравнения Вольтерра.
11. Сформулировать определение линейного пространства.
12. Сформулировать определение метрического пространства.
13. Сформулировать определение евклидова пространства.
14. Сформулировать определение линейного оператора .
15. Сформулировать определение интегрального оператора Фредгольма с симметрическим ядром.
16. Записать уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
17. Сформулировать теорему о разрешимости интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода.
18. Записать метод последовательных приближений решения интегрального уравнения
19. Фредгольма 2-го рода.
20. Записать оператор Штурма -Лиувилля.
21. Сформулировать задачу Штурма -Лиувилля в случае однородных граничных условий первого рода.

Оценка	Критерий оценки устного и письменного ответа на практическом занятии
5	Содержание ответа соответствует освещаемому вопросу, полностью раскрыта в ответе тема, ответ структурирован, даны правильные аргументированные ответы на уточняющие вопросы, демонстрируется высокий уровень участия в дискуссии.
4	Содержание ответа соответствует освещаемому вопросу, полностью раскрыта в ответе тема, даны правильные, аргументированные ответы на уточняющие вопросы, но имеются неточности, при этом ответ неструктурирован и демонстрируется средний уровень участия в дискуссии.
3	Содержание ответа соответствует освещаемому вопросу, но при полном раскрытии темы имеются неточности, даны правильные, но не аргументированные ответы на уточняющие вопросы, демонстрируется низкий уровень участия в дискуссии, ответ неструктурирован, информация трудна для восприятия.
2	Содержание ответа соответствует освещаемому вопросу, но при полном раскрытии темы имеются неточности, демонстрируется слабое владение категориальным аппаратом, даны правильные, но не аргументированные ответы на уточняющие вопросы, участие в дискуссии отсутствует, ответ неструктурирован, информация трудна для восприятия.

2) Тематика рефератов не предусмотрено (для формирования компетенций ОПК-1, ОПК-2)

3) Вопросы к рубежным контрольным работам (ОПК-1; ОПК-2):

Вопросы к 1 рубежной работе

1. Линейным интегральным уравнением называется уравнение
 - а) содержащее под знаком определённого интеграла неизвестную функцию $u(x)$;
 - +б) содержащее под знаком определённого интеграла неизвестную функцию $u(x)$, входящую в уравнение в первой степени;

с) содержащее под знаком определённого интеграла неизвестную функцию $u(x)$, входящую в уравнение в произвольной степени.

2. Какой вид имеет линейное интегральное уравнение Фредгольма 1 го рода?

$$a) \int_a^b K(x, t) u(t) dt = u(t); +b) \int_a^b K(x, t) u(t) dt = f(t); c) \int_a^x K(x, t) u(t) dt = f(t);$$

3. Какой вид имеет линейное интегральное уравнение Вольтерра 2 го рода?

$$a) \int_a^x K(x, t) u(t) dt = f(t); \quad b) \int_a^b K(x, t) u(t) dt + f(t) = u(x); \quad +c) \int_a^x K(x, t) u(t) dt + f(t) = u(x);$$

4. Решение интегрального уравнения $u(x) = x + \int_0^x (t-x) u(t) dt$ имеет вид:

$$+a) \sin(x); b) \cos(x); c) \sin(x) + \cos(x); d) \sin(x) + x \sin(x); e) x$$

5. Решение интегрального уравнения $u(x) = 1 + \int_0^x (t-x) u(t) dt$ имеет вид:

$$a) \sin(x); +b) \cos(x); c) e^x; d) \sin(x) + x \sin(x); e) x$$

6. Решение интегрального уравнения $u(x) = 1 + \int_0^x u(t) dt$ имеет вид:

$$a) \sin(x); b) \cos(x); +c) e^x; d) \sin(x) + x \sin(x); e) x$$

7. Решение интегрального уравнения $u(x) = -2 \cos(x) + x + 2 + \int_0^x (t-x) u(t) dt$ имеет вид:

$$a) \sin(x); b) \cos(x); c) \sin(x) + \cos(x); +d) \sin(x) + x \sin(x); e) x$$

8. Решение интегрального уравнения $u(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} \int_0^x t x u(t) dt$ имеет вид:

$$a) \sin(x); b) \cos(x); c) \sin(x) + \cos(x); d) \sin(x) + x \sin(x); +e) x$$

9. Решение интегрального уравнения $u(x) = \frac{-x}{4} + \sin(x) + \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} t x u(t) dt$ имеет вид:

$$+a) \sin(x); b) \cos(x); c) \sin(x) + \cos(x); d) \sin(x) + x \sin(x); e) x$$

10. Решение интегрального уравнения $u(x) = x + \int_0^{1/2} u(t) dt$ имеет вид:

$$+a) x + 1/4; b) x - 1/2; c) \sin(x); d) \sin(x) + x + 1/3; e) x$$

11. Определитель Фредгольма интегрального уравнения $u(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 (1+x+t) u(t) dt$ имеет вид:

$$+a) 1 - 2\lambda - \lambda^2/12; b) 1 - 2\lambda + \lambda^2/12; c) 1 + 2\lambda - \lambda^2/12; d) 1 + 2\lambda + \lambda^2/12; e) 1 - 3\lambda + \lambda^2/12$$

12. Найти три последовательных приближения к решению следующего интегрального уравнения

$$u(x) = x + \int_0^x (t-x)u(t) dt$$

+a) $x, x-x^3/3!, x-x^3/3! + x^5/5!;$ b) $1, 1+x, 1+x+x^2/2!;$ c) $\frac{5}{6}x, \frac{35}{36}x, \frac{215}{216}x$

13. Найти три последовательных приближения к решению следующего интегрального уравнения

$$u(x) = 1 + \int_0^x u(t) dt$$

a) $x, x-x^3/3!, x-x^3/3! + x^5/5!;$ b) $1, 1+x, 1+x+x^2/2!;$ c) $\frac{5}{6}x, \frac{35}{36}x, \frac{215}{216}x$

14. Найти три последовательных приближения к решению следующего интегрального уравнения

$$u(x) = (5/6)x + 0,5 \int_0^1 txu(t) dt$$

a) $x, x-x^3/3!, x-x^3/3! + x^5/5!;$ b) $1, 1+x, 1+x+x^2/2!;$ c) $\frac{5}{6}x, \frac{35}{36}x, \frac{215}{216}x$

15. Определитель Фредгольма интегрального уравнения $u(x) = f(x) + \int_0^1 u(t) dt$

имеет вид a) $1-3\lambda;$ + b) $1-\lambda;$ c) $1+\lambda;$ d) $1+3\lambda$

16. Определитель Фредгольма интегрального уравнения $u(x) = f(x) - \int_0^1 u(t) dt$

имеет вид: a) $1-\frac{1}{2}\lambda;$ b) $1-\lambda;$ + c) $1+\lambda;$ d) $1+3\lambda$

17. Решение дифференциального уравнения $xy' - 2y = 2x^4$ имеет вид

+a) $Cx^2 + x^4;$ b) $2x^2 + Cx^4;$ c) $Cx^2 + 2x^4;$ d) $x^2 + Cx^4;$

18. Решение дифференциального уравнения $(2x+1)y' = 2y + 4x$ имеет вид

+a) $(2x+1)(C + \ln 2x+1) + 1;$ b) $(x+1)(C + \ln x+1) + 1;$

c) $(2x+1)(C + \ln x+1) + 1;$ d) $(2x+1)(C + \ln 2x+4) + 4;$

19. Решение дифференциального уравнения $x^2 y' + xy + 1 = 0$ имеет вид

a) $\frac{C + \ln x}{x};$ b) $\frac{C \ln x}{x};$ + c) $\frac{C - \ln x}{x};$ d) $\frac{\ln Cx}{x}$

20. Ядро интегрального уравнения называется вырожденным, если оно представимо в виде

+a) $\sum_{i=1}^n a_i(x)b_i(t);$ b) является функцией только одной переменной; c) имеет вид $K/(x-t);$

21. Два ядра интегрального уравнения называются взаимными, если

a) оба вещественны и непрерывны в прямоугольнике R и удовлетворяют условию

$$K(x, t) + k(x, t) = \int_0^x K(x, s)k(s, t)dt;$$

b) оба вещественны и непрерывны в прямоугольнике R и удовлетворяют условию

$$K(x, t) + k(x, t) = \int_0^x K(x, s)k(s, t)ds;$$

с) оба вещественны и непрерывны в прямоугольнике R и удовлетворяют условию

$$K(x, t) + k(x, t) = \int_a^b K(x, s)k(s, t)dt;$$

+d) оба вещественны и непрерывны в прямоугольнике R и удовлетворяют условию

$$K(x, t) + k(x, t) = \int_a^b K(x, s)k(s, t)ds;$$

22. Решение уравнения Фредгольма, данное Вольтерра имеет вид

+a) $\int_a^b k(x, t)f(t)dt + u(x) = f(x)$; b) $\int_0^b k(x, t)f(t)dt + u(x) = f(x)$; c) $\int_a^b k(x, t)f(t)dt = f(x)$;

23. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x-4}}$:

+a) $\ln \frac{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-1}} + C$; b) $\ln \frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}} + C$; c) $\ln \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}} + C$

24. Вычислить интеграл $\int \frac{x^2+2}{(x+1)^3(x-2)} dx$:

+a) $\frac{-2x-1}{6(x+1)^2} + \frac{2}{9} \ln \left(\frac{x-2}{x+1} \right) + C$; b) $\frac{-3x-1}{6(x+1)^2} + \frac{2}{9} \ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right) + C$; d) $\frac{-2x+1}{6(x-1)^2} + \frac{2}{9} \ln \left(\frac{x-2}{x+1} \right) + C$

25. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$: a) 1/2; b) 0,25; +c) 1/3; d) 1;

26. Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2 \cos x}$; a) $\pi/3$; b) $\pi/\sqrt{3}$; +c) $\pi/\sqrt{5}$; d) π

27. Частная производная по x от функции $u = x^y$ равна: a) yx^y ; +b) yx^{y-1} ; c) $x^y \ln x$; d) $yx^{y-1} \ln x$;

28. Частная производная по y от функции $u = x^y$ равна: a) yx^y ; b) yx^{y-1} ; +c) $x^y \ln x$; d) $yx^{y-1} \ln x$;

29. Частная производная по x от функции $u = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ равна:

+a) $\frac{|y|}{x^2+y^2}$; b) $\frac{\pm x}{x^2+y^2}$; c) $\frac{|y|}{\sqrt{x^2+y^2}}$; d) $\frac{|x|}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

30. Частная производная по y от функции $u = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ равна:

a) $\frac{|y|}{x^2 + y^2}$; +b) $\frac{\pm x}{x^2 + y^2}$; c) $\frac{|y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; d) $\frac{|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$;

31. Дано дифференциальное уравнение $x^2 y'' + x y' + y = 0$. Если ввести новую переменную по формуле $x = e^t$, то преобразованное уравнение будет выглядеть так:

+a) $\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0$; b) $\frac{d^2 y}{dt^2} - y = 0$; c) $\frac{d^2 y}{dt^2} + y + 1 = 0$; d) $\frac{d^2 y}{dt^2} - y + 1 = 0$;

32. Дано дифференциальное уравнение $(1 - x^2) y'' - x y' + n^2 y = 0$. Если ввести новую переменную по формуле $x = \cos t$, то преобразованное уравнение будет выглядеть так:

a) $\frac{d^2 y}{dt^2} + ny = 0$; +b) $\frac{d^2 y}{dt^2} + n^2 y = 0$; c) $\frac{d^2 y}{dt^2} - n^2 y = 0$; d) $\frac{d^2 y}{dt^2} - ny = 0$;

33. Вычислить несобственный интеграл: $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$, $a > 0$: +a) $1/a$; b) a ; c) π/a ; d) a/π ;

34. Вычислить несобственный интеграл: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$, $a > 0$: a) 1 ; +b) π ; c) $\pi/2$; d) $2/\pi$;

35. Вычислить повторный интеграл: $\int_0^1 dx \int_0^1 (x+y) dy$: +a) 1 ; b) π ; c) $1/\pi$; d) $1,5$;

36. Вычислить повторный интеграл: $\int_0^{2\pi} dx \int_0^a y^2 \sin^2 x dy$: a) $a\pi$; b) a/π ; +c) $\pi a^3/3$; d) $\pi a^2/2$;

37. Разложение в степенной ряд функции e^x имеет вид

+a) $1 + x + x^2/2! + \dots + x^n/n! + \dots$; b) $1 - x^2/2! + \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! + \dots$;
c) $x - x^3/3! + \dots + (-1)^{(n-1)} x^{2n-1}/(2n-1)! + \dots$; d) $x - x^2/2 + \dots + (-1)^{n-1} x^n/n + \dots$;

38. Разложение в степенной ряд функции $\ln(1+x)$ имеет вид

a) $1 + x + x^2/2! + \dots + x^n/n! + \dots$; b) $1 - x^2/2! + \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! + \dots$;
c) $x - x^3/3! + \dots + (-1)^{(n-1)} x^{2n-1}/(2n-1)! + \dots$; +d) $x - x^2/2 + \dots + (-1)^{n-1} x^n/n + \dots$;

39. Разложение в степенной ряд функции $\sin x$ имеет вид

a) $1 + x + x^2/2! + \dots + x^n/n! + \dots$; b) $1 - x^2/2! + \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! + \dots$;
+c) $x - x^3/3! + \dots + (-1)^{(n-1)} x^{2n-1}/(2n-1)! + \dots$; d) $x - x^2/2 + \dots + (-1)^{n-1} x^n/n + \dots$

40. Разложение в степенной ряд функции $\cos x$ имеет вид

a) $1 + x + x^2/2! + \dots + x^n/n! + \dots$; +b) $1 - x^2/2! + \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! + \dots$;
c) $x - x^3/3! + \dots + (-1)^{(n-1)} x^{2n-1}/(2n-1)! + \dots$; d) $x - x^2/2 + \dots + (-1)^{n-1} x^n/n + \dots$;

5) Примеры тестовых заданий по дисциплине (ОПК-1; ОПК-2):

Инструкция студенту: Внимательно прочитайте вопрос и выберите правильный вариант ответа. Правильный ответ может быть только один.

Точка подвеса O_1 математического маятника совершает гармоническое колебательное движение вдоль горизонтальной оси X по закону $s = A \sin \omega t$. Длина подвеса l , масса m , угол отклонения от вертикали - φ . Уравнение Эйлера - Лагранжа будет иметь вид

$$+ \ddot{\varphi} + \frac{g \sin \varphi}{l} - \frac{A \omega^2 \sin \omega t \cos \varphi}{l} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{\ddot{s} \sin \varphi}{l} - \frac{A \omega^2 \sin \omega t \cos \varphi}{l} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g \sin \varphi}{l} - \frac{A \omega^2 \sin \omega t}{l} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{\cos \omega t \sin \varphi}{l} - \frac{A \omega^2 \sin \omega t \cos \varphi}{l} = 0$$

Методом вариации произвольной постоянной решить уравнение: $y' = y \cdot \operatorname{tg} x + \cos x$.

$$y = (0,5x^2 + 0,25 \sin 2x + C_1) / \cos x$$

$$+ y = (0,5x + 0,25 \sin 2x + C_1) / \cos x$$

$$y = (0,5x^2 + 0,5 \sin 2x + C_1) / \cos x$$

$$y = (x + 0,5 \sin 2x + C_1) / \cos x$$

Частная производная по x от функции $u = x^y$ равна:

$$yx^y;$$

$$+ yx^{y-1}$$

$$x^y \ln x$$

$$yx^{y-1} \ln x;$$

Точка подвеса O_1 математического маятника совершает гармоническое колебательное движение вдоль горизонтальной оси X по закону $s = A \sin \omega t$. Длина подвеса l , масса m , угол отклонения от вертикали - φ . Функция Лагранжа системы имеет вид

$$L = \frac{m}{2} (l^2 \dot{\varphi}^2 + 2 A \omega l \dot{\varphi} \sin \omega t \sin \varphi) - mgl \cos \varphi;$$

$$+ L = \frac{m}{2} (l^2 \dot{\varphi}^2 + 2 A \omega l \dot{\varphi} \cos \omega t \cos \varphi) + mgl \cos \varphi$$

$$L = \frac{m}{2} (l^2 \dot{\varphi}^2 + 2 A \omega l \dot{\varphi} \cos \omega t \sin \varphi) + mgl \cos \varphi$$

$$L = \frac{m}{2} (l^2 \dot{\varphi}^2 + 2 A \omega l \dot{\varphi} \sin \omega t \sin \varphi) + mgl \cos \varphi$$

Найти уравнения Эйлера для функционала вида

$$I[y] = \int_a^b (x y''^3 + 2 y''') dx$$

$$y'''+xy''''$$

$$+2y'''+xy''''$$

$$2y'''+xy''''$$

$$y'''+xy''''$$

Определить производную y' для функции, заданной параметрически: $x = 2t - 1$; $y = t^2$.

$$+1,5t^2$$

$$-0,5t^2$$

$$t^2$$

$$2,5t^2$$

Уравнения движения маятника, состоящего из материальной точки массы m , подвешенной на нити, длина которой l меняется по закону $l=l(t)$ имеют вид:

$$+\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + 2 \frac{\dot{l}}{l} \dot{\varphi} = 0$$

$$\ddot{\varphi} - \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{\dot{l}}{l} \dot{\varphi} = 0$$

$$\ddot{\varphi} - \frac{g}{l} \sin \varphi - 2 \frac{\dot{l}}{l} \dot{\varphi} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{l} \sin \varphi + 2 \frac{\dot{l}}{l} \dot{\varphi} = 0$$

С помощью подстановки $x = 1/t$ вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x \sqrt{5x^2 - 2x + 1}}$:

$$+ \ln \left| \frac{1 - x + \sqrt{5x^2 - 2x + 1}}{x} \right| + C$$

$$\ln \left| \frac{1 - x + \sqrt{5x^2 - 2x + 1}}{x} \right| + C$$

$$\ln \left| \frac{1 - x + \sqrt{5x^2 - 2x + 1}}{x^2} \right| + C$$

$$\ln \left| \frac{1 - x^2 + \sqrt{5x^2 - 2x + 1}}{1 - x} \right| + C$$

Вычислить повторный интеграл: $\int_0^{2\pi} dx \int_0^a y^2 \sin^2 x dy$:

аπ;

$$a/\pi;$$

$$+\pi a^3/3;$$

$$\pi a^2/2;$$

Вычислить интеграл $\int \frac{x^2+2}{(x+1)^3(x-2)} dx$:

$$\frac{-2x+1}{6(x-1)^2} + \frac{2}{9} \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right) + C$$

$$+ \frac{-2x-1}{6(x+1)^2} + \frac{2}{9} \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right) + C;$$

$$\frac{-3x-1}{6(x+1)^2} + \frac{2}{9} \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) + C;$$

Длина дуги кривой $y = \ln(1-x^2)$ от $x=0$ до $x=0,5$ равна

$$+\ln 3 - 0,5$$

$$\ln 5 + 0,5$$

$$\ln 3 + 1$$

$$\ln 5 + 1,5$$

Интеграл по контуру $\int_C^{\square} |z| dz$, где C -прямолинейный отрезок, направленный из точки 0 в точку $2+i$, равен

$$+\frac{1}{2}\sqrt{5}(2+i)$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{5}(3+i)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{5}(2+3i)$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{3}(2+i)$$

Вычислить несобственный интеграл: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$, $a>0$:

$$1$$

$$+\pi;$$

$$\pi/2;$$

$$2/\pi;$$

Производная функции $z=x^2-xy-2y^2$ в точке $P(1; 2)$ в направлении, составляющем с осью OX угол 60° , равна

$$\frac{9}{2}\sqrt{3}$$

$$+\frac{-9}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{-7}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{11}{2}\sqrt{3}$$

Выписать уравнения Эйлера – Пуассона для функционала вида $I = \int_0^{\pi/2} (y''^2 - y^2 + x^2) dx$

$$y^{(4)} + y^2 = 0$$

$$y^{(4)} + y = 0$$

$$y^{(3)} - y^2 = 0$$

$$+y^{(4)} - y = 0$$

Вычислить повторный интеграл: $\int_0^1 dx \int_0^1 (x+y) dy$:

$$+1;$$

$$\pi;$$

$$1/\pi;$$

$$1,5;$$

Решение дифференциального уравнения $x y' - 2y = 2x^4$ имеет вид

$$+ Cx^2 + x^4$$

$$2x^2 + Cx^4$$

$$Cx^2 + 2x^4$$

$$x^2 + Cx^4;$$

Решить уравнение Бернулли: $y' = \frac{4}{x} y + x \sqrt{y}$.

$$+ x^4 \left(\frac{1}{2} \ln |x| + C \right)^2$$

$$x^2 \left(\frac{1}{2} \ln |x| + C \right)^2$$

$$x^4 \left(\frac{1}{2} \ln |x| + C \right)^4$$

$$\left(\frac{1}{2} \ln |x| + C \right)^2$$

Лагранжева функция маятника, состоящего из материальной точки массы m , подвешенной на нити, длина которой l меняется по закону $l=l(t)$ имеет вид:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{l}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2) - mgl \cos \varphi$$

$$+L = \frac{m}{2}(\dot{l}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2) + mgl \cos \varphi$$

$$L = \frac{m}{2}(\dot{l}^2 - l^2 \dot{\varphi}^2) + mgl \cos \varphi$$

$$L = \frac{m}{2}(\dot{l}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2) + mgl \sin \varphi$$

Выписать уравнения Эйлера – Пуассона для функционала вида $I = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} y''^2 + y \right) dx$

$$y^{(4)} - y = 0$$

$$y^{(4)} + y = 0$$

$$y^{(3)} - l = 0$$

$$+y^{(4)} + l = 0$$

Решение дифференциального уравнения $(2x+1)y' = 2y + 4x$ имеет вид

$$+(2x+1)(C + \ln 2x+1) + 1$$

$$(x+1)(C + \ln x+1) + 1;$$

$$(2x+1)(C + \ln x+1) + 1;$$

$$(2x+1)(C + \ln 2x+4) + 4;$$

Решение дифференциального уравнения $x^2 y' + xy + 1 = 0$ имеет вид

$$\frac{C + \ln x}{x};$$

$$\frac{C \ln x}{x};$$

$$+ \frac{C - \ln x}{x}$$

Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3x - 4}}$:

$$+ \ln \frac{\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1}} + C;$$

$$\ln \frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}}+C;$$

$$\ln \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}}+C$$

Выписать уравнения Эйлера – Пуассона для функционала $I = \int_0^{\pi/2} (\frac{1}{2} y''''^2 + y^2 + \frac{1}{3} y^3 x) dx$

$$y^{(6)} + x y^2 = 0$$

$$y^{(6)} - x y^2 = 0$$

$$y^{(6)} + x y^2 - 2y = 0$$

$$+y^{(6)} + x y^2 + 2y = 0$$

Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx :$

$$0,5$$

$$0,25;$$

$$+1/3$$

$$1$$

Выписать уравнения Эйлера – Пуассона для функционала: $I = \int_0^{\pi/2} (\frac{1}{2} y''''^2 + y^2 + x^3 y) dx$

$$y^{(6)} + x^3 y = 0$$

$$y^{(6)} - x^3 y = 0$$

$$+y^{(6)} + x^3 - 2y = 0$$

$$y^{(6)} + x^3 y + 2y = 0$$

Дано дифференциальное уравнение $x^2 y'' + x y' + y = 0$. Если ввести новую переменную по формуле $x = e^t$, то преобразованное уравнение будет выглядеть так:

$$+\frac{d^2 y}{d^2 t} + y = 0;$$

$$\frac{d^2 y}{d^2 t} - y = 0;$$

$$\frac{d^2 y}{d^2 t} + y + 1 = 0;$$

$$\frac{d^2 y}{d^2 t} - y + 1 = 0;$$

Дано дифференциальное уравнение $(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$. Если ввести новую переменную по формуле $x = \cos t$, то преобразованное уравнение будет выглядеть так:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + ny = 0;$$

$$+ \frac{d^2 y}{dt^2} + n^2 y = 0;$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - n^2 y = 0;$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - ny = 0;$$

Вычислить несобственный интеграл: $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$, $a > 0$:

$$+1/a;$$

$$a;$$

$$\pi/a;$$

$$a/\pi;$$

Для заданного векторного поля вычислить потенциал $\mathbf{a} = izy + zxj + xyk$;

$$+ \Phi = xyz + C$$

$$\Phi = xyz^2 + C$$

$$\Phi = 3xyz + C$$

$$\Phi = xy + z + C$$

Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\cos x}$

$$\pi/3$$

$$\pi/\sqrt{3}$$

$$+ \pi/\sqrt{5}$$

$$\pi$$

Найти экстремали в следующей задаче:

$$I[y] = \int_0^1 (x + y'^2) dx, y(0) = 1, y(1) = 2;$$

$$+ x + I$$

$$\cos x + I$$

$$0,5x + I$$

$$\sin x + I$$

Найти уравнения Эйлера для функционала вида

$$I[y] = \int_a^b (x y'^2 + 2 y') dx$$

$$y''' + xy''''$$

$$+ 2y''' + xy''''$$

$$2y''' + xy''$$

$$y'' + xy''$$

Переходя к полярным координатам вычислить интеграл: $\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}:$

$$\pi a^3/7$$

$$\pi a^2/6$$

$$+ \pi a^3/6$$

$$- \pi a^3/8$$

Промежуточный контроль знаний, умений и навыков

Промежуточный контроль - итоговая оценка знаний студента, осуществляется по накопительной системе суммированием баллов, полученных в процессе текущего и рубежного контроля.

Форма промежуточного контроля – зачет.

БАЛЛЬНАЯ СТРУКТУРА ОЦЕНКИ

Форма контроля	Макс. кол-во баллов
Текущая оценка студента за 1 рубеж состоит из:	20
• Выполнения заданий на практических занятиях	10
• Выполнения домашних заданий	5
• Оценки самостоятельной работы	5
1-е рубежное тестирование	15
Текущая оценка студента за 2 рубеж состоит из:	20
• Выполнения заданий на практических занятиях	10
• Выполнения домашних заданий	5
• Оценки самостоятельной работы	5
2-е рубежное тестирование	15
Итого	70

Методика формирования результирующей оценки¹

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-70 баллов:

1-я рубежная аттестация - максимально 35 баллов; из них:

от 0 до 15 баллов (Р₁) - аттестационная (рубежная) контрольная работа;

от 0 до 20 баллов (Т₁) - текущая работа студента в течение рубежа.

2-я рубежная аттестация – максимально 35 баллов; из них:

от 0 до 15 баллов (Р₂)- аттестационная (рубежная) контрольная работа;

от 0 до 20 баллов (Т₂) - текущая работа студента в течение рубежа.

Шкала итоговой академической успеваемости студентов по дисциплине

Система оценок СОГУ		
Форма контроля	Сумма баллов	Название
Зачёт	56-100	зачтено
	0-55	не зачтено

Зачет проводится в устной форме.

Критерии оценки

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, показал готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала, способность к самосовершенствованию на основе традиционной нравственности, исчерпывающе, последовательно, логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами поиска необходимой информации в справочных и интернет-ресурсах, использует в ответе материал словарей, правильно и творчески строит диалогическую речь, владеет навыками говорения, письма, чтения и перевода с объема, необходимым для осуществления профессиональной деятельности;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, не показал достаточной готовности к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала, способности к самосовершенствованию на основе традиционной нравственности, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические задания по проверке навыков говорения, чтения и перевода текста в объеме, необходимом для осуществления профессиональной деятельности.

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к промежуточной аттестации необходимо повторить пройденный материал в соответствии с учебной программой, примерным перечнем вопросов, выносящихся на экзамен/зачет. Рекомендуется использовать конспекты лекций и источники, перечисленные в списке литературы в рабочей программе дисциплины, а также ресурсы электронно-библиотечных систем. Следует обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных по разным причинам. При необходимости можно обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Вопросы для подготовки к зачету (ОПК-1; ОПК-2):

1. Линейное нормированное пространство.
2. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала.
3. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
4. Пространство непрерывных функций. Эпсилон – окрестность и расстояние между точками.
5. Уравнение Эйлера. Экстремали.
6. Основная лемма вариационного исчисления.
7. Уравнение Эйлера-Пуассона.
8. Уравнение Эйлера-Остроградского.
9. Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала. Условия трансверсальности.
10. Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей.
11. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала.
12. Вариационные задачи на условный экстремум.
13. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.
14. Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
15. Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.
16. Альтернатива Фредгольма (доказательство этой теоремы для уравнения с вырожденным ядром).
17. Вторая и третья теоремы Фредгольма и доказательство этих теорем для уравнений с вырожденным ядром.
18. Теорема о существовании и единственности решения уравнения Фредгольма II рода с малым параметром.
19. Сведения о приближенных методах решения интегрального уравнения.

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования,
описание шкал оценивания**

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71-85%	60-70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max. 20 баллов за 1 модуль)					
		4 балла	3 балла	2 балла	1 баллов
	Посещение занятий (max 4 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71-85% занятий	Студент посетил 56-70% занятий	Студент посетил менее 55% занятий
		11-13 баллов	8-10 баллов	6-7 баллов	0-5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 13 б.)	Студент активно работает на занятиях, отлично выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3 б.) / опорный конспект (max 3 б.)	Тема полностью раскрыта. Основательное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Академический стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (15 б. за 1 модуль)					
		14-15 баллов	11-13 балл	08-10 баллов	0-7 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Студент способен на практике применять знания и умения в ходе выполнения конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		26-30 баллов	20-25 балла	15-19 баллов	0-14 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ

		терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.
--	--	--	---	--	---

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Попов В. А. Сборник задач по интегральным уравнениям / В.А. Попов; Казан. гос. унт, Физ. фак.—Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.—29 с.

2. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. — М.: Логос, 2010. - 384 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469288>

3. Дифференциальные уравнения: конспект лекций: учебно-методическое пособие / Р. А. Даишев, А. Ю. Даньшин ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. — Казань : Казанский государственный университет, 2009 .— 150 с. 4.2

Дополнительная литература.

1. Петровский, Иван Георгиевич. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский.—Москва: Физматлит, 2009.—400 с.

2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина .— Издание 2- е, исправленное .— Москва : Физматлит, 2005 .— 432 с.

Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:

Портал Центральной избирательной комиссии Российской Федерации	http://www.cikrf.ru/
Журнал «Полис»	https://www.isras.ru/Polis.html
Конституция Российской Федерации	http://www.constitution.ru/
Государственная Дума Федерального Собрания Российской Федерации: Официальный сайт	http://duma.gov.ru/
Официальная Россия: Сервер органов государственной власти РФ	www.gov.ru
Федеральное собрание Российской Федерации	http://www.gov.ru/main/page7.html
Президент России	http://www.kremlin.ru/
Российская ассоциация политической науки	http://www.rapn.ru
Совет Федерации Федерального Собрания Российской Федерации	www.council.gov.ru
Фонд общественного мнения	https://fom.ru/

г) программное обеспечение, ЭБС:

- необходимый для обеспечения данной дисциплины комплект лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, а также электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор:

№ п/п	Наименование	№ договора(лицензия)	Страна-производитель
1.	Windows 10 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
2.	Windows 10 Pro for Workstations	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США

3.	Windows 7 Enterprise	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
4.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
5.	Office Standard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
6.	Office Standard 2013	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
7.	Office Standard 2010	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г	США
8.	Корпоративная электронная почта (Яндекс.Почта)	№КИС-1965-2025 от 12.01.2026	Россия
9.	Программное обеспечение 1С: Предприятие. Бухгалтерский Учет. Типовая конфигурация 8 сетевая версия	№ СД/108 от 29.08.2017 «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
10.	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат. ВУЗ»	№ SBR003-250010357500001 от 05.02.2025 (действителен до 04.02.2026) с ОАО «АнтиПлагиат»	Россия
11.	Программное обеспечение 1С: Предприятие 8.3 Управление торговлей	№КП /108 от 29.08.2017 с ООО «Максимум» (бессрочно)	Россия
12.	Программное обеспечение 1С: Зарплата и кадры государственного учреждения 8	№СД./ №9., 08.06.2025 г. «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
13.	1С: Бухгалтерия 8. Базовая версия	№9 от 21.05.2019, «МАКСИМУМ-СОФТ СОФТ» бессрочно	Россия
14.	Планы	№2191-24, от 09.01.2025 г. (тех.поддержка до 26.02.2026 г.) ООО ЛММИС	Россия
15.	ПО Лаборатории ММИС (Деканат, ПК, Ведомости, Тестирование, интернет расширение и др.)	№2435-24 от 04.03.2025 ООО ЛММИС	Россия
16.	VSDESK	№ 210406/01 от 06.04.2021г. ИП И.А.Сергеевич	Россия
17.	DIRECTUM RX – Система электронного документооборота	ООО Галактика ИТ договор № 120320/Д/А от 14.03.2022	Россия
18.	MOODLE	Бесплатное	-
19.	ЭБС «Консультант студента»	http://www.studentlibrary.ru Требуется регистрация в библиотеке СОГУ	Россия
20.	РусГард	Бесплатное	Россия
21.	Система веб-конференций (bigbluebutton)	Бесплатное	-
22.	Средства криптографической защиты (КриптоПро CSP, Крипто АРМ)	№120680, от 21.01.2025 ООО «Цифровые технологии»	Россия
23.	Средства криптографической защиты (ViPNet)	№0000-000008 от 17.01.2025 ООО Экспресс-линк	Россия
24.	Средства криптографической защиты (Континент TLS)	№25/08/22 СЛ от 04.09.2025 ООО СКБ-Сервис	Россия
25.	Kaspersky Endpoint Security	№ СФ00-001239 от 13.02.2025 ООО Системный Софт	Россия

**Реестр электронных библиотечных систем (ЭБС)
и электронных образовательных ресурсов, доступ к которым обеспечен**

**для обучающихся по образовательным программам,
реализуемым в 2026-2027 учебном году**

Название базы данных	Платформа и (или) адрес в сети Интернет	Реквизиты	Правообладатель	Количество ключей
«Университетская библиотека Online» Базовая коллекция	https://biblioclub.ru Требуется регистрация.	Договор № 571-12/2025 от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г. -31.12.2026 г.	ООО «НексМедиа»	Без ограничения количества пользователей
Информационно-аналитическая система SCIENCE INDEX: рефераты и полные тексты научных статей и публикаций, российские научные и научно-технические журналы	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Лицензионный договор № 310-5051/2025 от 31.03. 2025 г. С 14.04.2025 г.-20.04.2026 г.	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
eLIBRARY.RU - интегрированный научный информационный портал в российской зоне сети Интернет, включающий базы данных научных изданий и сервисы для информационного обеспечения науки и высшего образования.	eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/org Требуется регистрация.	Ресурс открытого доступа	ООО «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
«Юрайт» - Учебники по всем специальностям и направлениям подготовки. - ЦУМК по федеральному проекту «Кадры для цифровой экономики»	«Юрайт» https://urait.ru/info/courses?utm_sour...m_campa Требуется регистрация.	Договор № 6237 от 05.12.2023 г. С 31.12.2023 -31.12.2026 г.	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	Доступ по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей
Универсальная база данных East View - полнотекстовый доступ к научным журналам	https://dlib.eastview.com Логин: Khetagurov. Пароль: Khetagurov.	№210-П от 12.01.2026 г. С 01.01.2026 г.-31.12.2026 г.	ООО «ИВИС»	Без ограничения количества пользователей
«SocHum» - электронная библиотека социогуманитарного знания (коллекция учебно-методической литературы и научных журналов социогуманитарной коллекции научно-исследовательских институтов РАН	https://sochum.ru	Ресурс открытого доступа	Государственный академический университет гуманитарных наук (ГАУГН)	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.
Polpred.com - открытая электронная библиотечная система и интернет-сервисы «Деловые средства массовой информации». Доступ к статьям 600 газет, журналов информагентств с архивом за 20 лет: - обзор СМИ; - Россия и зарубежье;	https://www.polpred.com/	Ресурс открытого доступа		Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей.

- Федеральные округа РФ. - внешняя экономика, право.				
Национальная электронная Библиотека «НЭБ»	https://rusneb.ru/ Требуется регистрация.	Договор № 4513-п от 26.12.2023 г. (на 10 лет с последующей автоматической пролонгацией) Без ограничения срока	Российская государственная библиотека	Доступ осуществляется по IP адресам вуза без ограничений по количеству пользователей

Электронные образовательные ресурсы

Наименование ресурса	Содержание ресурса	Ссылка на ресурс в сети Интернет
Единое окно доступа к образовательным ресурсам	Каталог образовательных интернет-ресурсов и полнотекстовая электронная учебно-методическая библиотека для общего и профессионального образования	https://web.archive.org/web/20191122092928/http://window.edu.ru/
«КиберЛенинка»	Собрание научных статей, в основном на русском языке, хотя есть и иностранные публикации.	https://cyberleninka.ru/
Всенаука	Естественные, гуманитарные и социальные науки, психология	Всенаука https://vsenauka.ru/
Библиотекарь. Ру	Бесплатная интернет-библиотека. Книги, статьи, документы по русской и мировой истории, искусству, культуре, прикладным наукам, учебники, научные статьи, методические пособия. Электронные книги, учебники, периодика, графика, справочная и техническая литература. На сайте представлено около 10.000 книг доступных для онлайн чтения. - более 50 полнотекстовых справочников и энциклопедий; - Древнерусская литература - летописи, жития святых, воинские повести древней Руси; - сведения иностранных писателей о средневековой России; - большой раздел репринтов книг, газет и журналов 19 века; - биографии и труды русских учёных и писателей; - классическая литература. Мемуары, дневники; - учебники и научные работы по 20 дисциплинам; - более 15.000 картин и художественных изображений.	https://bibliotekar.ru/

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также самостоятельной работы обучающихся: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение.
Библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, ПК обучающихся, программное обеспечение.

Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- при наличии по дисциплине курсовой работы продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.